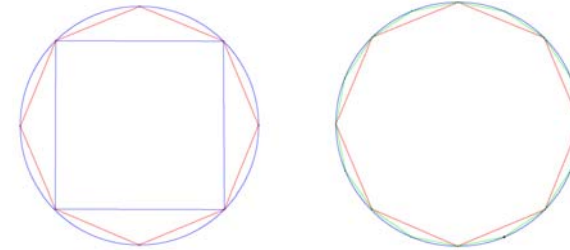


和算における積分と微分

木下 宙
2017年7月24日
駿台学園

円周率の求め方

直径1の円に正多角形を内接させ、その辺長を求める。辺数を大きくしてゆくと多角形の周長は円周率に近づいてゆく。



4角形から8角形

8角形から16角形

*

正多角形の辺数

村松茂清:「算俎」1663

正多角形の辺長

| | |
|-----------------|---|
| 2 ² | 2.82842712474619009760337744841939615713934375075390 |
| 2 ³ | 3.06146745892071817382767987224319093409075649988502 |
| 2 ⁴ | 3.12144515225805228557255789563235585484306588403128 |
| 2 ⁵ | 3.13654849054593926381425804443653906755637354136002 |
| 2 ⁶ | 3.14033115695475291231711852433169013214370323364819 |
| 2 ⁷ | 3.14127725093277286806201977078821440837966326264979 |
| 2 ⁸ | 3.14151380114430107632851505945682230793531381549293 |
| 2 ⁹ | 3.14157294036709138413580011027076142953363779450436 |
| 2 ¹⁰ | 3.14158772527715970062885426270191873939928085857484 |
| 2 ¹¹ | 3.14159142151119997399797176374083395574756265008618 |
| 2 ¹² | 3.14159234557011774234037599415736993030520607565120 |
| 2 ¹³ | 3.14159257658487266568160609223787530973205327843114 |
| 2 ¹⁴ | 3.14159263433856298909547826362779129395403217074846 |
| 2 ¹⁵ | <u>3.14159264877698566948510796927717707569776600190632</u> |

小数第7位まで正しい

*

関一円周率計算(「括用算法」1712)

$$L_{15} = 3.14159\ 26487\ 76985\ 66948\ 51079$$

$$L_{16} = 3.14159\ 26523\ 86591\ 34580\ 35255$$

$$L_{17} = \underline{3.14159\ 26532\ 88992\ 76527\ 19430}$$

関は少数以下
20桁計算

$$(2^{17} = 131072)$$

増約術(加速
法)

$$L = L_{16} + \frac{(L_{16} - L_{15})(L_{17} - L_{16})}{(L_{16} - L_{15}) - (L_{17} - L_{16})}$$

$$L = \underline{3.14159\ 26535\ 89793\ 23860\ 08880}$$

エイトケン

加速法(1926)

$$\pi = 3.14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 264338$$

*

建部賢弘の円周率計算

綴術算経:1722

初期値

| 辺数 | 2 ⁿ | 初期値 |
|-----------------|--|-----|
| 2 ² | 2.82842 71247 46190 09760 33774 48419 39615 71393 43750, | |
| 2 ³ | 3.06146 74589 20718 17382 76798 72243 19093 40907 56499, | |
| 2 ⁴ | 3.12144 51522 58052 28557 25578 95632 35585 48430 65884, | |
| 2 ⁵ | 3.13654 84905 45939 26381 42580 44436 53906 75563 73541, | |
| 2 ⁶ | 3.14033 11569 54752 91231 71185 24331 69013 21437 03233, | |
| 2 ⁷ | 3.14127 72509 32772 86806 20197 70788 21440 83796 63262, | |
| 2 ⁸ | 3.14151 38011 44301 07632 85150 59456 82230 79353 13815, | |
| 2 ⁹ | 3.14157 29403 67091 38413 58001 10270 76142 95336 37794, | |
| 2 ¹⁰ | 3.14158 77252 77159 70062 88542 62701 91873 93992 80858 | |

小数第4位までしか正しくない

建部は少数以下
42桁まで計算

建部の円周率(「綴術算経」1722)

察るヘカラス一邊ノ増約ヲ用テ後玄ク探テ
累進スルツ會セリ
碎約ノ術ヲ用テ徑一尺ノ定周三尺一寸四一五
九二六五三三八九七九三二三八四六二六四三
三三三七九五〇二八八四一九七一ニ至テ
得テ零約ノ術ヲ以テ徑周ノ率ヲ造ル
元數一ヲ置即尺ノ位ト定ム以テ定周ヲ除テ
元數一ヲ得高ト不盡ヲ第一トス第一ノ不盡ヲ
以テ元數一ヲ除テ得高ト不盡ヲ第二トス第二
ノ不盡ヲ以テ第一ノ不盡ヲ除テ得高ト不盡ヲ

建部は第9段加
速まで実行

累進増約術

リチャードソン補外法
(1927年頃)

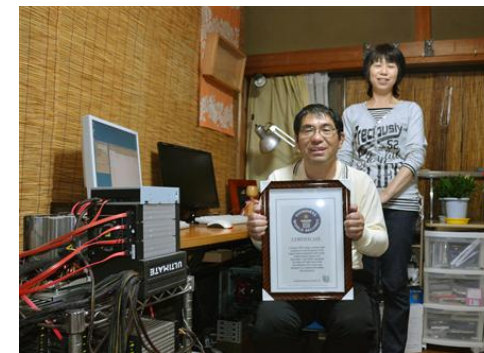
| | |
|--------|---|
| 建部の方法 | 3.14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 68986 |
| 正しい円周率 | 3.14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 |

円周率計算の歴史—21世紀

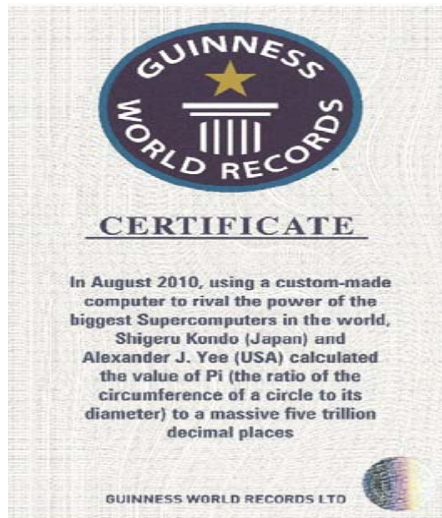
- 2002年:1.24兆桁 金田康正 スーパーコン
- 2009年8月:2.57兆桁 高橋大介 スーパーコン
- 12月:2.69兆桁 ファブリス・ベラル(仏) PC
- 2010年8月:5兆 近藤茂とAlexander J. Yee PC
- 2011年10月:10兆桁 近藤茂とAlexander J. Yee PC
- 2013年12月:12.1兆桁 近藤茂とAlexander J. Yee PC
- 2016年11月:22.4兆桁 Peter Trueb PC

*

近藤茂夫妻とギネス認定書



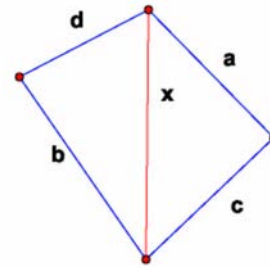
2011年1月13日



ギネス認定書

5兆桁

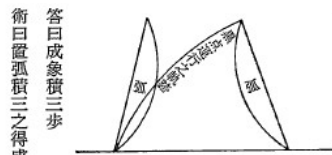
有馬頼僮 (1714-1783)
 「拾機算法」: 1769



辺長が a, b, c, d である四辺形の面積最大にせよ。そのときの面積を求めよ。

大國魂神社(府中市)算額

慶応元年: 1865
 全47問中第46問

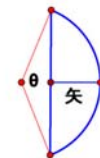


答曰成象積三步
 衛日置弧積三之得成象積合問

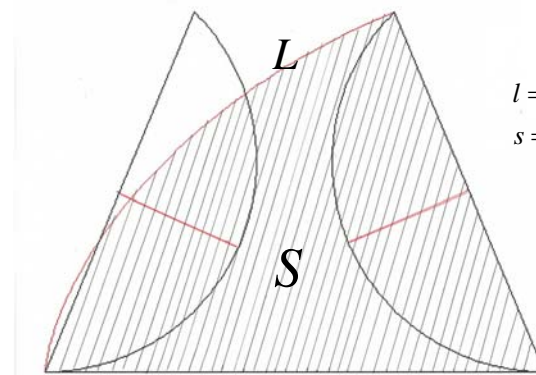
同州同郡井戸新田 嶋田清兵衛安信 撰

今有如圖直線上載弧形其右端与線相親處設黑点而弧形循線上軌施則黑点自離直線弧形俱連点而弧形之左端至交線上其黑点連行之軌跡自有成象也弧積一步問成象積幾何

46大國魂神社

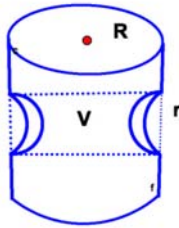


l = 矢の長さ
 s = 円弧形の面積



$L = 4l$
 $S = 3s$

円柱問題



半径Rの円柱を図のように
半径rの円柱で穿去する。

穿去される円柱の体積を求
めよ

安島直円

円柱穿空円術(1794)

円柱穿空円術起源(?)

*

$$V = 8r^2R \int_0^1 \sqrt{1-t^2} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n k^{2n} t^{2n}\right), a_n = -\frac{(2n-3)!!}{(2n)!!},$$

tについての積分

$$I_n = \int_0^1 t^{2n} \sqrt{1-t^2} dt$$

和田の積分表より

$$I_n = \frac{\pi(2n-1)!!}{2(2n+1)!!}$$

$$V = 2\pi r^2 R \left(1 - \frac{1}{8}k^2 - \frac{1}{64}k^4 - \frac{5}{1024}k^6 - \frac{35}{16384}k^8 - \dots\right) \quad (2)$$

級数の連続する2項の関係は

$$V_{n+1} = \frac{(2n-1)(2n+1)}{(2n+2)(2n+4)} k^2 V_n \quad (3)$$

和算家は解として(2)ではなく関係式(3)を与えている。

和算に欠けていたもの

- * 函数概念がなかった
- * 座標系の明確な概念がなかった
- * 自然科学、特に物理学との相互作用がなかった
(例外は暦、測地学)

参考文献

平山諦:和算史上の人々、ちくま学芸文庫、2008

深川英俊:日本の数学と算額、森北出版、1998

深川英俊、ダン・ペドー:日本の幾何一何題解けますか?、

森北出版、1991

深川英俊、ダン・ソコロフスキー:日本の数学一何題解けますか?
上、下」、森北出版、1994

深川英俊、トニー・ロスマン:聖なる数学・算額、森北出版、2010

佐藤健一・佐藤洋美・牧下英世:算額道場、研成社、2002

小寺裕:だから楽しい江戸の算額、研成社、2007

鳴海風:江戸の天才数学者、新潮選書、2012

小寺裕:和算の館 <http://www.wasan.jp/>